Seat No.: ________ Enrolment No.______________

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering – SEMESTER – 1 (NEW) – EXAMINATION – Winter-2022

Subject Code: 4300001 **Date: 24-02-2023**

Subject Name: Mathematics

Time: 10:30 AM TO 01:00 PM **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.**
5. **Use of non-programmable scientific calculator is permitted.**
6. **English version is authentic.**

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. **14**

(1) If $\begin{vmatrix} x & 8 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$ then the value of x is ____.

a. 4 b. -4 c. 8 d. Not defined

(૧) જો $\begin{vmatrix} x & 8 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$ હોય તો x ની કીંમત___થાય.

a. 4 b. -4 c. 8 d. કીંમત ન મળે.

(2) $\begin{vmatrix} 2 & -9 & 1 \\ 5 & -8 & 4 \\ 0 & 3 & 0 \end{vmatrix} =$ ____.

a. 9 b. -9 c. -6 d. 0

(૨) $\begin{vmatrix} 2 & -9 & 1 \\ 5 & -8 & 4 \\ 0 & 3 & 0 \end{vmatrix} =$ ____.

a. 9 b. -9 c. -6 d. 0

(3) If $f(x) = \log x$ then $f(1) =$ ____.

a. 0 b. 1 c. -1 d. e

(૩) જો $f(x) = \log x$ હોય તો $f(1) =$ ____.

a. 0 b. 1 c. -1 d. e

(4) $\log x + \log\left(\frac{1}{x}\right) =$ ____

a . 0 b. 1 c. x d. $-x$

(૪) $\log x + \log\left(\frac{1}{x}\right) =$ ____

a . 0 b. 1 c. x d. $-x$

(5) $120^0 =$ _____radian.

a. $\frac{\pi}{3}$ b. $\frac{2\pi}{3}$ c. $\frac{3\pi}{2}$. d. π

(૫) $120^0 =$ _____રેડીયન.

a. $\frac{\pi}{3}$ b. $\frac{2\pi}{3}$ c. $\frac{3\pi}{2}$. d. π

(6) $\sin\left(\sin^{-1}\frac{\pi}{6}\right)=$_____.

a. π b. 6π c. $\frac{\pi}{6}$ d. $\frac{6}{\pi}$

(૬) $\sin\left(\sin^{-1}\frac{\pi}{6}\right)=$_____.

a. π b. 6π c. $\frac{\pi}{6}$ d. $\frac{6}{\pi}$

(7) The principal period of $\tan\theta$ is _____.

a. 0 b. π c. 2π d. 3π

(૭) $\tan\theta$ નો મુખ્ય આવર્તમાન _____ થાય.

a. 0 b. π c. 2π d. 3π

(8) $|2i-j+2k|=$_____.

a. -3 b. 3 c. ± 3 d. 5

(૮) $|2i-j+2k|=$_____.

a. -3 b. 3 c. ± 3 d. 5

(9) $i \bullet i=$_____

a. -1 b. i c. 0 d. 1

(૯) $i \bullet i=$_____

a. -1 b. i c. 0 d. 1

(10) The slope of line $x-4=0$ is ______.

a. 4 b. -4 c. -1 d. Not Defined

(૧૦) રેખા $x-4=0$ નો ઢાળ _____ થાય.

a. 4 b. -4 c. -1 d. અવ્યાખ્યાયિત

(11) The centre of circle $x^2+y^2=4$ is

a. $(0,4)$ b. $(4,0)$ c. $(0,0)$ d. $(4,4)$

(૧૧) વર્તુળ $x^2+y^2=4$નું કેન્દ્ર _____ થાય.

a. $(0,4)$ b. $(4,0)$ c. $(0,0)$ d. $(4,4)$

(12) $\lim_{x\to 2}\frac{x^4-16}{x-2}=$_____.

a. 12 b. -12 c. 32 d. -32

(૧૨) $\lim_{x\to 2}\frac{x^4-16}{x-2}=$_____.

a. 12 b. -12 c. 32 d. -32

(13) $\lim_{n\to 0}(1+n)^{\frac{1}{n}}=$_____.

a. n b. 0 c. 1 d. e

(૧૩) $\lim_{n\to 0}(1+n)^{\frac{1}{n}}=$_____.

a. n b. 0 c. 1 d. e

(14) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 6x}{3x}=$_____

a. 6 b. 3 c. 2 d. -2

(૧૪) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 6x}{3x}=$_____

a. 6 b. 3 c. 2 d. –2

Q.2 (A) Attempt any two કોઈપણ બેના જવાબ આપો. **06**

(1). If $\begin{vmatrix} 2 & 6 & 4 \\ -1 & x & 0 \\ 5 & 9 & -2 \end{vmatrix} = 0$ then find x.

(૧) જો $\begin{vmatrix} 2 & 6 & 4 \\ -1 & x & 0 \\ 5 & 9 & -2 \end{vmatrix} = 0$ હોય તો x શોધો.

(2) If $f(x) = \tan x$ then prove that (i) $f(x+y) = \dfrac{f(x)+f(y)}{1-f(x)f(y)}$,

(ii) $f(2x) = \dfrac{2f(x)}{1-[f(x)]^2}$.

(૨) જો $f(x) = \tan x$ હોય તો સાબિત કરો કે (i) $f(x+y) = \dfrac{f(x)+f(y)}{1-f(x)f(y)}$,

(ii) $f(2x) = \dfrac{2f(x)}{1-[f(x)]^2}$.

(3) Prove that $\dfrac{\sin 3A}{\sin A} - \dfrac{\cos 3A}{\cos A} = 2$.

(૩) સાબિત કરો કે $\dfrac{\sin 3A}{\sin A} - \dfrac{\cos 3A}{\cos A} = 2$.

(B) Attempt any two કોઈપણ બેના જવાબ આપો. **08**

(1) If $f(y) = \dfrac{1-y}{1+y}$ then prove that (i) $f(y) + f\left(\dfrac{1}{y}\right) = 0$,

(ii) $f(y) - f\left(\dfrac{1}{y}\right) = 2f(y)$.

(૧) If $f(y) = \dfrac{1-y}{1+y}$ then prove that (i) $f(y) + f\left(\dfrac{1}{y}\right) = 0$,

(ii) $f(y) - f\left(\dfrac{1}{y}\right) = 2f(y)$.

(2) Prove that $\dfrac{1}{\log_6 24} + \dfrac{1}{\log_{12} 24} + \log_{24} 8 = 2$.

(૨) સાબિત કરો કે $\dfrac{1}{\log_6 24} + \dfrac{1}{\log_{12} 24} + \log_{24} 8 = 2$

(3) Solve : $\dfrac{4\log 3 \times \log x}{\log 9} = \log 27$.

(૩) ઉકેલો : $\dfrac{4\log 3 \times \log x}{\log 9} = \log 27$

Q.3 (A) Attempt any two કોઈપણ બેના જવાબ આપો. **06**

(1) Evaluate : $\dfrac{\sin(\theta+\pi)}{\sin(2\pi+\theta)} + \dfrac{\tan\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)}{\cot(\pi-\theta)} + \dfrac{\cos(\theta+2\pi)}{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)}$.

(૧) કીંમત શોધો : $\frac{\sin(\theta+\pi)}{\sin(2\pi+\theta)}+\frac{\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{\cot(\pi-\theta)}+\frac{\cos(\theta+2\pi)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}$.

(2) Prove that $\tan 56^0=\frac{\cos 11^0+\sin 11^0}{\cos 11^0-\sin 11^0}$.

(૨) સાબિત કરો કે $\tan 56^0=\frac{\cos 11^0+\sin 11^0}{\cos 11^0-\sin 11^0}$.

(3) Find the equation of line passing through point $(3,4)$ and parallel to line $3y-2x=1$.

(3) બિંદુ $(3,4)$ માંથી પસાર થતી રેખા અને $3y-2x=1$ને સમાંતર હોય તેવી રેખાનું સમીકરણ મેળવો.

(B) Attempt any two કોઈપણ બેના જવાબ આપો. **08**

(1) Draw the graph of $y=\cos x,\ 0\le x\le\pi$.

(૧) $y=\cos x,\ 0\le x\le\pi$ નો આલેખ દોરો.

(2) Prove that $\tan^{-1}\frac{2}{3}+\tan^{-1}\frac{10}{11}+\tan^{-1}\frac{1}{4}=\frac{\pi}{2}$.

(૨) સાબિત કરો કે $\tan^{-1}\frac{2}{3}+\tan^{-1}\frac{10}{11}+\tan^{-1}\frac{1}{4}=\frac{\pi}{2}$.

(3) Find the unit vector perpendicular to both $5i+7j-2k$ and $j-2k+3i$.
સદિશો $5i+7j-2k$ અને $j-2k+3i$ બંનેનો લંબ એકમ સદિશ મેળવો.

(3)

Q.4 (A) Attempt any two કોઈપણ બેના જવાબ આપો. **06**

(1) If $a=i+2j-k,\ b=3i+j+2k$ and $c=-2i-j+5k$ then find $|2a+3b-c|$.

(૧) જો $a=i+2j-k,\ b=3i+j+2k$ અને $c=-2i-j+5k$ હોય તો $|2a+3b-c|$ શોધો.

(2) Prove that the vectors $2i+3j-k$ and $3i-j+3k$ are perpendicular to each other.

(૨) સાબિત કરો કે સદિશો $2i+3j-k$ અને $3i-j+3k$ પરસ્પર લંબ સદિશો છે.

(3) Find the equation of line passing through the point $(1,4)$ and having slope is -6.

(3) બિંદુ $(1,4)$ માંથી પસાર થતી અને -6 ઢાળવાળી રેખાનું સમીકરણ શોધો.

(B) Attempt any two કોઈપણ બેના જવાબ આપો. **08**

(1) Prove that the angle between the vectors $3i+j+2k$ and $2i-2j+4k$ is $\sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)$.

(૧) સાબિત કરો કે સદિશો $3i+j+2k$ અને $2i-2j+4k$ વચ્ચેનો ખૂણો $\sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)$ છે.

(2) A particle moves from the point $(3,-2,1)$ to the point $(1,3,-4)$ under the effect of constant forces $i-j+k,\ i+j-3k$ and $4i+5j-6k$. Find the work done.

(૨) અચળ બળો $i-j+k,\ i+j-3k$ અને $4i+5j-6k$ ની અસર હેઠળ એક કણ બિંદુ $(3,-2,1)$ થી બિંદુ $(1,3,-4)$ ખસે છે, તો થયેલ કાર્ય શોધો.

(3) Evaluate : (i) $\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{x}$, (ii) $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{4}{x}\right)^x$.

(3) કીંમત મેળવો: (i) $\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{x}$, (ii) $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{4}{x}\right)^x$.

Q.5 (A) Attempt any two કોઈપણ બેના જવાબ આપો. **06**

(1) Evaluate: $\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x-6}{x^2+3x-10}$.

(૧) કીંમત મેળવો: $\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x-6}{x^2+3x-10}$

(2) Evaluate: $\lim_{x\to\infty}\frac{x^3-3x^2+2x-1}{x(3x-1)(2x+1)}$.

(૨) કીંમત મેળવો: $\lim_{x\to\infty}\frac{x^3-3x^2+2x-1}{x(3x-1)(2x+1)}$

(3) Evaluate: $\lim_{n\to\infty}\frac{1+2+....+n}{3-2n-4n^2}$.

(૩) કીંમત મેળવો: $\lim_{n\to\infty}\frac{1+2+....+n}{3-2n-4n^2}$.

(B) Attempt any two કોઈપણ બેના જવાબ આપો. **08**

(1) Find the angle between two lines $\sqrt{3}x-y+1=0$ and $x-\sqrt{3}y+2=0$.

(૧) રેખાઓ $\sqrt{3}x-y+1=0$ અને $x-\sqrt{3}y+2=0$ વચ્ચેનો ખૂણો શોધો.

(2) Find the centre and radius of the circle $4x^2+4y^2+8x-12y-3=0$.

(૨) વર્તુળ $4x^2+4y^2+8x-12y-3=0$ નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો.

(3) Find the tangent and normal to the circle $x^2+y^2-4x+2y+3=0$ at point $(1,-2)$.

(૩) વર્તુળ $x^2+y^2-4x+2y+3=0$ પરના બિંદુ $(1,-2)$ એ સ્પર્શક અને અભીલંબના સમીકરણ મેળવો.

************************_**Best Wishes**_*****************************