

Seat No.: _____

Enrolment No. _____

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering – SEMESTER – 2 (NEW) – EXAMINATION – Summer-2023

Subject Code: 4320001

Date: 02-08-2023

Subject Name: Applied Mathematics

Time: 10:30 AM TO 01:30 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.
5. Use of non-programmable scientific calculator is permitted.
6. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.

14

(યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો.)

1. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$, then $A^T = \dots\dots\dots$

- a. A b. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ d. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

૧. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$, ઊંચતો $A^T = \dots\dots\dots$

- અ. A બ. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ક. $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ ડ. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

2. If $\begin{bmatrix} x+y & 3 \\ -7 & x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ -7 & 2 \end{bmatrix}$, then $(x, y) = \dots\dots\dots$

- a. (8, 2) b. (2, 8) c. (5, 3) d. (3, 5)

૨. જો $\begin{bmatrix} x+y & 3 \\ -7 & x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ -7 & 2 \end{bmatrix}$, ઊંચતો $(x, y) = \dots\dots\dots$

- અ. (8, 2) બ. (2, 8) ક. (5, 3) ડ. (3, 5)

3. If $\begin{bmatrix} x & 3 \\ y & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 12 \end{bmatrix}$, then $y = \dots\dots\dots$

- a. 4 b. 9 c. 3 d. 2

૩. જો $\begin{bmatrix} x & 3 \\ y & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 12 \end{bmatrix}$, ઊંચતો $y = \dots\dots\dots$

- અ. 4 બ. 9 ક. 3 ડ. 2

4. Order of matrix $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ is $\dots\dots\dots$

- a. 3×3 b. 3×2 c. 2×3 d. none of these

૪. શ્રેણિક $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ ની કક્ષા = $\dots\dots\dots$ છે.

- અ. 3×3 બ. 3×2 ક. 2×3 ડ. none of these

5. $\frac{d}{dx}(x^2 + 2x + 3) = \dots\dots\dots$

- a. $x^2 + 2$ b. $2x + 2$ c. $2x + 3$ d. $2x$

૫. $\frac{d}{dx}(x^2 + 2x + 3) = \dots\dots\dots$

- અ. $x^2 + 2$ બ. $2x + 2$ ઈ. $2x + 3$ ડ. $2x$

૬. $\frac{d}{dx}(\sec x) = \dots\dots\dots$

- a. $\sec x \cdot \tan x$ b. $\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$ c. $-\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$ d. $-\sec x \cdot \tan x$

૭. $\frac{d}{dx}(\sec x) = \dots\dots\dots$

- અ. $\sec x \cdot \tan x$ બ. $\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$ ઈ. $-\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$ ડ. $-\sec x \cdot \tan x$

૮. If $x^2 + y^2 = 1$, then $\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$

- a. $\frac{x}{y}$ b. $-\frac{x}{y}$ c. $\frac{y}{x}$ d. $-\frac{y}{x}$

૯. If $x^2 + y^2 = 1$, then $\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$

- અ. $\frac{x}{y}$ બ. $-\frac{x}{y}$ ઈ. $\frac{y}{x}$ ડ. $-\frac{y}{x}$

૧૦. $\int \log x \, dx = \dots\dots\dots + c$

- a. $x \log x + x$ b. $x \log x - x$ c. $x \log x$ d. $\frac{1}{x}$

૧૧. $\int \log x \, dx = \dots\dots\dots + c$

- અ. $x \log x + x$ બ. $x \log x - x$ ઈ. $x \log x$ ડ. $\frac{1}{x}$

૧૨. $\int \frac{1}{x^2} \, dx = \dots\dots\dots + c$

- a. $\frac{1}{x}$ b. $-\frac{1}{x}$ c. $-\frac{1}{3x^2}$ d. $\frac{1}{3x^2}$

૧૩. $\int \frac{1}{x^2} \, dx = \dots\dots\dots + c$

- અ. $\frac{1}{x}$ બ. $-\frac{1}{x}$ ઈ. $-\frac{1}{3x^2}$ ડ. $\frac{1}{3x^2}$

૧૪. $\int_{-1}^1 (x^2 + 1) \, dx = \dots\dots\dots$

- a. $\frac{8}{3}$ b. $\frac{3}{8}$ c. 0 d. none of these

૧૫. $\int_{-1}^1 (x^2 + 1) \, dx = \dots\dots\dots$

- અ. $\frac{8}{3}$ બ. $\frac{3}{8}$ ઈ. 0 ડ. none of these

૧૬. Order of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 6y = 0$ is $\dots\dots\dots$ and degree is $\dots\dots\dots$

- a. 2, 3 b. 3, 2 c. 1, 2 d. 2, 1

૧૭. વિકલસમીકરણ $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 6y = 0$ ની કક્ષા $\dots\dots\dots$ અને પરિમાણ $\dots\dots\dots$ છે.

- અ. 2, 3 બ. 3, 2 ઈ. 1, 2 ડ. 2, 1

12. Integrating Factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} = y \tan x + e^x$ is

- a. $\tan x$ b. e^x c. $\sin x$ d. $\cos x$

૧૨. વિકલસમીકરણ $\frac{dy}{dx} = y \tan x + e^x$ નો સંકલ્પકારક અવયવ છે.

- અ. $\tan x$ બ. e^x ક. $\sin x$ ડ. $\cos x$

13. Mean of the first five natural number is

- a. 15 b. 7.5 c. 3 d. none of these

૧૩. પ્રથમ પાંચ પ્રાકૃતિક સંખ્યાનો મધ્યક છે.

- અ. 15 બ. 7.5 ક. 3 ડ. આમાંથી એક પણ નહિ

14 If the mean of observation 15, 7, 6, a, 3 is 7, then a =

- a. 3 b. 4 c. 6 d. 7

૧૪. અવલોકનો 15, 7, 6, a, 3 નો મધ્યક 7 હોય તો a =

- અ. 3 બ. 4 ક. 6 ડ. 7

Q.2 (A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો)

06

1. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ -1 & 7 & 8 \\ 6 & 4 & 3 \end{bmatrix}$, then Find $2A - B + C$

૧. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ અને $C = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ -1 & 7 & 8 \\ 6 & 4 & 3 \end{bmatrix}$, તો $2A - B + C$ શોધો.

2. If $A = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, then prove that $(A + B)^T = A^T + B^T$

૨. જો $A = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, તો સબિત કરો કે $(A + B)^T = A^T + B^T$

3. Solve : $(x + y) dy = dx$

૩. ઉકેલો : $(x + y) dy = dx$

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો)

08

1. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, then prove that $A^2 - 4A - 5I_3 = 0$

૧. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, તો સબિત કરો કે $A^2 - 4A - 5I_3 = 0$

2. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, then find A^{-1}

૨. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, હોય તો A^{-1} શોધો.

3. Solve the equation $2x + 3y = 7$ and $4x = 9 + y$ using matrix method

૩. શ્રેણિકની રીત ની મદદથી $2x + 3y = 7$ અને $4x = 9 + y$ સમીકરણો ઉકેલો.

Q.3 (A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો)

06

1. If $y = x^x$ then find $\frac{dy}{dx}$.

૧. જો $y = x^x$, હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

2. If $y = \log(x + \sqrt{x^2 + a^2})$, then find $\frac{dy}{dx}$.

૨. જો $y = \log(x + \sqrt{x^2 + a^2})$, હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

3. If $y = \operatorname{cosec}^{-1} x + \sec^{-1} x$, then find $\frac{dy}{dx}$.

૩. જો $y = \operatorname{cosec}^{-1} x + \sec^{-1} x$, હોયતો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો)

08

1. Differentiate $y = \cos x$ using the definition.

૧. વ્યાખ્યાની મદદથી $y = \cos x$ નું વિકલન શોધો.

2. Find the maximum and minimum value of $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x + 7$.

૨. $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x + 7$ માટે અધિકતમ અને ન્યૂનતમ કિંમત શોધો.

3. If $y = (\tan^{-1} x)^2$, then prove that $(1 + x^2)y_2 + 2x(1 + x^2)y_1 = 2$.

૩. જો $y = (\tan^{-1} x)^2$ તો સબિત કરો કે $(1 + x^2)y_2 + 2x(1 + x^2)y_1 = 2$.

Q.4 (A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો)

06

1. Integrate : $\int \frac{x^5}{1 + x^{12}} dx$

૧. સંકલન કરો : $\int \frac{x^5}{1 + x^{12}} dx$

2. Integrate : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[3]{\sin x}}{\sqrt[3]{\sin x} + \sqrt[3]{\cos x}} dx$

૨. સંકલન કરો : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[3]{\sin x}}{\sqrt[3]{\sin x} + \sqrt[3]{\cos x}} dx$

3. If the mean of the following data is 19, then find missing frequency.

x_i	6	10	14	18	24	28	30
f_i	2	4	7	f	8	4	3

૩. નીચે આપેલ આવૃત્તિ નો મધ્યક 19, હોય તો ખૂટતી આવૃત્તિ શોધો.

x_i	6	10	14	18	24	28	30
f_i	2	4	7	f	8	4	3

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો)

08

1. Integrate : $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$

૧. સંકલન કરો : $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$

2. Integrate : $\int \frac{x^2 \tan^{-1} x^3}{1 + x^6} dx$

૨. સંકલન કરો : $\int \frac{x^2 \tan^{-1} x^3}{1 + x^6} dx$

3. Find the standard deviation for the following data :

10, 15, 7, 19, 9, 21, 23, 25, 26, 30.

૩. નીચે આપેલ અવલોકનોનો પ્રમણિત વિચલન શોધો.

10, 15, 7, 19, 9, 21, 23, 25, 26, 30.

Q.5 (A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો)**06**

1. Find the standard deviation for the following data :

x_i	4	8	11	17	20	24	32
f_i	3	5	9	5	4	3	1

૧. નીચે આપેલ અવલોકનોનો પ્રમણિત વિચલન શોધો.

x_i	4	8	11	17	20	24	32
f_i	3	5	9	5	4	3	1

2. Find the standard deviation for the following data :

Class	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
frequency	5	8	15	16	6

2. નીચે આપેલ અવલોકનો માટે સરેરાશ વિચલન શોધો.

Class	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
frequency	5	8	15	16	6

3. Find the mean for the following data :

Class	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 – 100
frequency	3	7	12	15	8	3	2

3. નીચે આપેલ આવૃત્તિનો મધ્યક શોધો:

Class	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 – 100
frequency	3	7	12	15	8	3	2

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો)**08**1. Slove : $xy dx - (y^2 + x^2) dy = 0$ ૧. ઉકેલો : $xy dx - (y^2 + x^2) dy = 0$ 2. Slove : $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = \sin x$ ૨. ઉકેલો : $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = \sin x$ 3. Slove : $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy = \cos x$ 3. ઉકેલો : $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy = \cos x$