Seat No.: ________ Enrolment No.______________

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering– SEMESTER – 1 (NEW) EXAMINATION – Summer-2023

Subject Code: 4300001 **Date: 21-08-2023**

Subject Name: Mathematics

Time: 2:30 PM TO 5:00 PM **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of programmable and communication aids are strictly prohibited.**
5. **Use of non-programmable scientific calculator is permitted.**
6. **English version is authentic.**

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. **14**

યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલીજગ્યા પૂરો

1 $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} =$ ____________ .

a.-20 b.20 c.23 d.-23

૧ $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} =$ _____________ .

અ.-20 બ.20 ક.23 ડ.-23

2 $\begin{vmatrix} x+3 & 4 \\ x-2 & 5 \end{vmatrix} = 13$, then = __________ .

a.-10 b.6 c.10 d.12

૨ $\begin{vmatrix} x+3 & 4 \\ x-2 & 5 \end{vmatrix} = 13$ હોય તો , $x =$ __________ .

અ.-10 બ.6 ક. 10 ડ.12

3 If $f(x) = \log x$, $then$ $f(x) - f(y) =$ _____________ .

a.$f(x+y)$ b. $f(x-y)$ c. $f(xy)$ d. $f\left(\frac{x}{y}\right)$

૩ જો $f(x) = \log x$ હોય તો , $f(x) - f(y) =$ _____________ .

અ. $f(x+y)$ બ. $f(x-y)$ ક. . $f(xy)$ ડ. $f\left(\frac{x}{y}\right)$

4 If $(x) = x^2 - 5x + 7$, then f(3) = _____________ .

a. 1 b. 0 c. 2 d.-2

૪ જો $f(x) = x^2 - 5x + 7$, હોય તો f(3) = _____________ .

અ. 1 બ. 0 ક. 2 ડ. -2

5 $\sin 135° =$ _____________ .

a. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ b. $\sqrt{2}$ c. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ d. $-\sqrt{2}$

૫ $\sin 135° =$ _____________ .

અ. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ બ. $\sqrt{2}$ ક. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ડ. $-\sqrt{2}$

6 $\frac{6\pi}{5}$ Radian = ____________ .

a. 210° b. 225° c. 240° d. 216°

૬ $\frac{6\pi}{5}$ રેડિયન = ____________ .

અ. 210° બ. 225° ક. 240° ડ. 216°

7 $\sin 2\theta =$ _____________

a. $2\sin\theta$ b. $2\sin\theta\cos\theta$ c. $sin^2\theta - cos^2\theta$ d. $cos^2\theta - sin^2\theta$

૭ $\sin 2\theta =$ _____________ .

અ. $2\sin\theta$ બ. $2\sin\theta\cos\theta$ ક. $sin^2\theta - cos^2\theta$ ડ. $cos^2\theta - sin^2\theta$

8 $|3\bar{\imath} + 4\bar{\jmath} + 12\bar{k}| =$ ____________ .

a. $\sqrt{50}$ b.12 c. 13 d. 15

૮ $|3\bar{\imath} + 4\bar{\jmath} + 12\bar{k}| =$ ____________ .

અ. $\sqrt{50}$ બ. 12 ક. 13 ડ. 15

9 ____________ is unit vector.

a. $\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$ b. $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ c. $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ d. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

૯ ____________ એ એકમ સદિશ છે.

અ. $\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$ બ. $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ ક. $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ડ. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

10 Center of circle $x^2 + y^2 - 3x + 3y + 10 = 0$ is ____________ .

a. $\left(\frac{3}{2},-\frac{3}{2}\right)$ b. $\left(-\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$ c. $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$ d. $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

૧૦ વર્તુળ $x^2 + y^2 - 3x + 3y + 10 = 0$ નું કેન્દ્ર ___________ .

અ. $\left(\frac{3}{2},-\frac{3}{2}\right)$ બ. $\left(-\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$ ક. $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$ ડ. $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

11 Slope of line $2x + 3y + 7 = 0$ is _____________.

a. $-\frac{3}{2}$ b. $-\frac{2}{3}$ c. $\frac{3}{2}$ d. $\frac{2}{3}$

૧૧ રેખા $2x + 3y + 7 = 0$ નો ઢાળ _____________.

અ. $-\frac{3}{2}$ બ. $-\frac{2}{3}$ ક. $\frac{3}{2}$ ડ. $\frac{2}{3}$

12 $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\tan m\theta}{\sin n\theta} =$ ______________ .

a. $\frac{n}{m}$ b. 1 c. $\frac{m}{n}$ d. $None\ of\ these$

૧૨ $\lim_{n\to\infty} \frac{\tan m\theta}{\sin n\theta} =$ ______________ .

અ. $\frac{n}{m}$ બ. 1 ક. $\frac{m}{n}$ ડ. એક પણ નહીં

13 $\lim_{x\to 0} \frac{5^x - 1}{x} =$ ______________ .

a. $\log_5 e$ b. $\log_e 5$ c. 0 d.1

૧૩ $\lim_{x\to 0} \frac{5^x - 1}{x} =$ ______________ .

અ. $\log_5 e$ બ. $\log_e 5$ ક. 0 ડ. 1

14 $\lim_{x\to 1} \frac{x^2+x+1}{x+1} =$ ______________ .

a. 1 b.3 c.$\frac{2}{3}$ d.$\frac{3}{2}$

૧૪ $\lim_{x\to 1} \frac{x^2+x+1}{x+1} =$ ______________ .

અ. 1 બ. 3 ક. $\frac{2}{3}$ ડ. $\frac{3}{2}$

Q.2 (a) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.) **06**

1. If $\begin{vmatrix} x-1 & 2 & 1 \\ x & 1 & x+1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 4, find\ 'x'.$

૧. જો $\begin{vmatrix} x-1 & 2 & 1 \\ x & 1 & x+1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 4$, હોય તો $'x'$ નું મૂલ્ય શોધો.

2. $If\ \frac{4\log 5 \times \log x}{\log 25} = \log 1024, find'x'.$

૨. જો $\frac{4\log 5 \times \log x}{\log 25} = \log 1024$, હોય તો $'x'$નું મૂલ્ય શોધો.

3. Prove that $\frac{\sin(\pi+\theta)}{\sin(2\pi-\theta)} + \frac{\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{\cot(\pi-\theta)} + \frac{\cos(2\pi+\theta)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)} = 3.$

૩. સાબિત કરો : $\frac{\sin(\pi+\theta)}{\sin(2\pi-\theta)} + \frac{\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{\cot(\pi-\theta)} + \frac{\cos(2\pi+\theta)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)} = 3.$

(b) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.) **08**

1. If $\log\left(\frac{x+y}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y), then\ prove\ that\ x^2 + y^2 = 7xy.$

૧. જો $\log\left(\frac{x+y}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$, તો સાબિત કરો કે $x^2 + y^2 = 7xy.$

2. If $a^x = b^y = c^z, then\ prove\ that\ \log_a bc = x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right).$

૨. જો $a^x = b^y = c^z$, હોય તો સાબિત કરો કે $\log_a bc = x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right).$

3. If $f(x) = e^x, then\ prove\ that\ (i) f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$

$$(ii) f(x-y) = \frac{f(x)}{f(y)}$$

3. જો $f(x) = e^x$, હોય તો સાબિત કરો કે $(i) f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$

$$(ii) f(x-y) = \frac{f(x)}{f(y)}$$

Q.3 (a) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.) **06**

1. Prove that $2\sin\left(A + \frac{\pi}{3}\right) = \sin A + \sqrt{3}\cos A$.

૧. સાબિત કરો : $2\sin\left(A + \frac{\pi}{3}\right) = \sin A + \sqrt{3}\cos A$.

2. Show that $\frac{\cos 3A + 2\cos 5A + \cos 7A}{\sin 3A + 2\sin 5A + \sin 7A} = \cot 5A$.

૨. દર્શાવો કે $\frac{\cos 3A + 2\cos 5A + \cos 7A}{\sin 3A + 2\sin 5A + \sin 7A} = \cot 5A$.

3. Find radius and Centre of circle $4x^2 + 4y^2 + 8x - 12y - 3 = 0$.

૩. વર્તુળ $4x^2 + 4y^2 + 8x - 12y - 3 = 0$ માટે ત્રિજ્યા અને કેન્દ્ર શોધો.

(b) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.) **08**

1. For ΔABC, *Prove that* $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$.

૧. ΔABC, માટે સાબિત કરો કે $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$.

2. Draw the Graph of $y = \sin x$,$0 \le x \le \pi$.

૨. $y = \sin x$,$0 \le x \le \pi$. નો આલેખ દોરો.

3. Show that the angle between the vectors $i + 2j$ and $i + j + 3k$ is $\sin^{-1}\sqrt{\frac{46}{55}}$.

૩. સાબિત કરો કે સદિશો $i + 2j$ અને $i + j + 3k$ વચ્ચે રચાતો ખૂણો $\sin^{-1}\sqrt{\frac{46}{55}}$ છે.

Q.4 (a) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.) **06**

1. If $\bar{a} = (3, -1, -4)$, $\bar{b} = (-2, 4, -3)$ and $\bar{c} = (-1, 2, -1)$ then find $|3\bar{a} - 2\bar{b} + 4\bar{c}|$

૧. જો $\bar{a} = (3, -1, -4)$, $\bar{b} = (-2, 4, -3)$ અને $\bar{c} = (-1, 2, -1)$ હોય તો $|3\bar{a} - 2\bar{b} + 4\bar{c}|$ શોધો.

2. If $\bar{a} = (p, 2, 1)$ and $\bar{b} = (2, p, -4)$ perpendicular to each other then find 'p'.

૨. જો સદિશો $\bar{a} = (p, 2, 1)$ અને $\bar{b} = (2, p, -4)$ પરસ્પર લંબ હોય તો ‘p’ નું મૂલ્ય શોધો.

3. Find the line equation passing through $(1,5)$ *and* $(3, -2)$.

3. બિંદુઓ $(1,5)$ અને $(3, -2)$ માથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ શોધો.

(b) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.) **08**

1. A particle moves from the point $\bar{i} + 3\bar{k} - 2\bar{j}$ to the point $4\bar{k} + 3\bar{j} - \bar{i}$ under the effect of constant forces $5\bar{i} - 3\bar{k}$, $2\bar{i} + \bar{k}$ and $4\bar{j} - 2\bar{i}$ then find the total work done.

૧. એક કણ પર અચળ બળો $5\bar{i} - 3\bar{k}$, $2\bar{i} + \bar{k}$ અને $4\bar{j} - 2\bar{i}$ લાગે છે અને તેનું બિંદુ $\bar{i} + 3\bar{k} - 2\bar{j}$ થી બિંદુ $4\bar{k} + 3\bar{j} - \bar{i}$ સુધી સ્થાનાંતર થાય છે તો થયેલ કાર્ય શોધો.

2. Evaluate :$(10\bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}) \cdot [(\bar{i} + 2\bar{k} - 2\bar{j}) \times (3\bar{i} - 2\bar{j} - 2\bar{k})]$.

૨. કિંમત શોધો. :$(10\bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}) \cdot [(\bar{i} + 2\bar{k} - 2\bar{j}) \times (3\bar{i} - 2\bar{j} - 2\bar{k})]$

3. Evaluate : $\lim_{x \to (-1)} \frac{2x^3+5x^2+4x+1}{3x^3+5x^2+x-1}$

૩. કિંમત શોધો : $\lim_{x \to (-1)} \frac{2x^3+5x^2+4x+1}{3x^3+5x^2+x-1}$

Q.5 (a) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.) **06**

1. Evaluate : $\lim_{n \to \infty} \frac{4n^3-7n^2+5n-1}{8n^3+7n^2-4n+1}$

૧. કિંમત શોધો : $\lim_{n \to \infty} \frac{4n^3-7n^2+5n-1}{8n^3+7n^2-4n+1}$

2. Evaluate : $\lim_{x \to 0} \frac{3\sin x - \sin 3x}{x^3}$

૨. કિંમત શોધો : $\lim_{x \to 0} \frac{3\sin x - \sin 3x}{x^3}$

3. Evaluate : $\lim_{x \to 0} \frac{5^x - 3^x}{x}$

૩. કિંમત શોધો $\lim_{x \to 0} \frac{5^x - 3^x}{x}$

(b) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.) **08**

1. Find the equation of circle having Centre $(4,3)$ and passing through the point (3,4).

૧. (4,3) કેન્દ્ર વાળા અને (3,4) માથી પસાર થતાં વર્તુળ નું સમીકરણ મેળવો.

2. Find the equation of normal and tangent for the circle $2x^2 + 2y^2 + 3x - 4y + 1 = 0$ at the point $(-1,2)$

૨. વર્તુળ $2x^2 + 2y^2 + 3x - 4y + 1 = 0$ ના બિંદુ $(-1,2)$ પાસે ના સ્પર્શક અને અભિલંબના સમીકરણ મેળવો.

3. Find the equation of perpendicular bisector of the line segment joining the point $A(4,5)$ *and* $B(-2,0)$.

૩. બિંદુઓ $A(4,5)$ અને $B(-2,0)$ ને જોડતા રેખાખંડના લંબદ્વિભાજકનું સમીકરણ મેળવો.

****