Seat No. / Enrolment No.:

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering – SEMESTER – 2 (NEW) – EXAMINATION – Summer-2024

Subject Code: 4320002 **Date: 26-06-2024**

Subject Name: Engineering Mathematics

Time: 10:30 AM TO 01:00 PM **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.**
5. **Use of non-programmable scientific calculator is permitted.**
6. **English version is authentic.**

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. (યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો.) 14

(1) Order of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ is ______.

(શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ની કક્ષા ________ છે.)

(a) 2×3 (b) 3×2 (c) 2×2 (d) noneof these (આ પૈકી કોઇ પણ નહીં)

(2) If(જો) $A = \begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$ then (હોય તો) $A^{-1} =$ ____

(a) A (b) O (c) I (d) A^T

(3) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} =$ _____

(a) $\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ -5 & 0 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ -5 & 30 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -1 & 12 \\ 10 & 0 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$

(4) If(જો) $A = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ $then$ (હોય તો) $A^T =$ ___

(a) $\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

(5) $\frac{d}{dx}(4^x) =$ ______

(a) $4^x \log_e 4$ (b) $4^x \log_4 e$ (c) $4^x \log_e x$ (d) $\log_e 4$

(6) $\frac{d}{dx}(sin^2x + cos^2x) =$ ______

(a) 1 (b) 0 (c) -1 (d) none of these (આ પૈકી કોઇ પણ નહીં)

(7) If (જો) $x = sin\,\theta, y = cos\,\theta$ then (હોય તો) $\frac{dy}{dx}$ =__________

(a) $cot\theta$ (b) $tan\theta$ (c) $-tan\theta$ (d) $-cot\theta$

(8) $\int x^7\ dx$ =_______+c

(a)x^8 (b) $7x^6$ (c) $\frac{x^8}{8}$ (d) x^6

(9) $\int_{-2}^{2} x^5\ dx$=______+ c

(a) 128 (b) 0 (c) 64 (d) 32

(10) $\int \frac{cosx}{sinx}\, dx$ =_______+c

(a)$tanx$ (b) $\log|x|$ (c) $-cosec^2x$ (d) $\log|sinx|$

(11) The order of the differential equation $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 + y = 0$ is ______

વિકલ સમીકરણ $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 + y = 0$ ની કક્ષા _______ છે.

(a) 3 (b) 1 (c) 4 (d) 2

(12) An integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} + y = 3x$ is ________

વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} + y = 3x$ નો સંકલકારક અવયવ ________ છે.

(a) 1 (b) 2 (c) e^x (d) $\log x$

(13) i^7 = ______

(a) 1 (b) $-i$ (c) i (d) -1

(14) arg (1+i) = __________.

(a) π (b)2π (c)$\frac{\pi}{4}$ (d)$\frac{\pi}{2}$

Q.2 (A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) 06

(1) If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ then prove that $(A+B)^T = A^T + B^T$

જો $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે $(A+B)^T = A^T + B^T$

(2) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ then show that $A \cdot A^{-1} = I$.

જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ હોય તો બતાવો કે $A \cdot A^{-1} = I$.

(3) solve the differential equation(વિકલ સમીકરણ ઉકેલો) $x\,dy + y\,dx = 0$

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) 08

(1) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ then show that $A^2 - 5A + 7I = 0$.

જો $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ હોય તો બતાવો કે $A^2 - 5A + 7I = 0$

(2) If $A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ then prove that adj A = A .

જો $A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે adj A = A .

(3) solve the following system of linear equations using matrix (શ્રેણિક ની મદદથી નીચેની સમીકરણ સંહતી નો ઉકેલ શોધો) :

$3x + 2y = 5$, $2x - y = 1$

Q.3 (A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) 06

(1) Using definition of differentiation find the derivative of x^5 with repect to x.

વિકલનની વ્યાખ્યાની મદદથી x^5 નુ x સાપેક્ષ વિકલિત શોધો.

(2) $Find\ \frac{dy}{dx}\ if\ y = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

જો $y = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

(3)Evaluate the integral (સંકલિત મેળવો) $\int \frac{x^2+5x+6}{x^2+2x}\,dx$

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) 08

(1) If $y = \log(\sec x + \tan x)$ then find $\frac{dy}{dx}$.

જો $y = \log(\sec x + \tan x)$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

(2) $If\ y = 2e^{3x} + 3e^{-2x}\ then\ prove\ that\ \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6y = 0$.

જો $y = 2e^{3x} + 3e^{-2x}$ હોય તો સાબિત કરો કે $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6y = 0$

(3) Find the maximum and minimum value of function $f(x) = x^3 - 3x + 11$.

વિધેય $f(x) = x^3 - 3x + 11$ માટે મહત્તમ અને ન્યૂનતમ કિંમત શોધો.

Q.4 (A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) 06

(1) Evaluate the integral (સંકલિત મેળવો) $\int \frac{cos(\log x)}{x}\, dx$

(2) Evaluate the integral (સંકલિત મેળવો) $\int x\, sinx\ \ dx$

(3) $If\ (2x - y) + 2y\, i = 6 + 4\, i\ \ then\, find\, x\, and\, y$.

જો $(2x - y) + 2y\, i = 6 + 4\, i$ હોય તો x અને y શોધો.

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) 08

(1) Find the area of the region bounded by the curve $y = x^2$, $lines\ x$ =1 , $x =$ 2 and X-axis. (વક્ર $y = x^2$, રેખાઓ $x = 1, x = 2$ અને X – અક્ષથી ઘેરાયેલા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો.)

(2) Evaluate the definite integral (નિયત સંકલિત મેળવો) : $\int_0^{\pi/2} \frac{secx}{secx+cosec\, x}\, dx$

(3) $If\ \alpha + i\beta = \frac{1}{a+ib}\ then\, prove\, that\ (\alpha^2 + \beta^2)(a^2 + b^2) = 1$.

જો $\alpha + i\beta = \frac{1}{a+ib}$ હોય તો સાબિત કરો કે $(\alpha^2 + \beta^2)(a^2 + b^2) = 1$.

Q.5 (A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) 06

(1) Find conjugate and modulus of complex number $\frac{2+3i}{3+2i}$.

સંકર સં ખ્યા $\frac{2+3i}{3+2i}$ ની અનુ બધ્ધ સંકર સંખ્યા અને માનાંક શોધો.

(2) Simplify (સાદુરૂપ આપો) : $\frac{(\cos 3\theta+i \sin 3\theta)^{-4}\ (\cos\theta-i\sin\theta)^{-5}}{(\cos 2\theta-i\sin 2\theta)^{7}}$

(3) Express Complex number $1 + \sqrt{3}i$ into polar form.

સંકર સંખ્યા $1 + \sqrt{3}i$ ને ધ્રુવિય સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) 08

(1) Solve (ઉકેલો) : $\tan y\, dx + \tan x\, sec^2 y\, dy = 0$

(2) Solve (ઉકેલો) : $x\frac{dy}{dx} - y = x^2$

(3) Solve (ઉકેલો) : $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = e^x$, $y(0) = 3$

****