

Seat No.: _____

Enrolment No. _____

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER – 1 - EXAMINATION – SUMMER-2022

Subject Code: 4300001

Date :24-08-2022

Subject Name: Mathematics

Time:02:30 PM TO 05:00 PM

Total Marks:70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of simple calculators and non-programmable scientific calculators are permitted.
5. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options: 14
નીચે આપેલા વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરીને ખાલી જગ્યા પૂરો

(1) $\begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$
(a) 11 (b) -11 (c) 31 (d) -31

(2) If $f(x) = x^3 - 1$ then, the value of $f(2) - f(3) = \underline{\hspace{2cm}}$
જો $f(x) = x^3 - 1$ હોય તો, $f(2) - f(3)$ નું મૂલ્ય = _____
(a) 19 (b) -19 (c) 35 (d) -35

(3) $\frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_3 6} = \underline{\hspace{2cm}}$
(a) 6 (b) 2 (c) 1 (d) 5

(4) If $f(x) = \log_e e^x$ then, $f(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$
જો $f(x) = \log_e e^x$ હોય તો, $f(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$
(a) -1 (b) 1 (c) 0 (d) e

(5) $12^0 = \underline{\hspace{2cm}}$ radian
 $12^0 = \underline{\hspace{2cm}}$ રેડિયન
(a) $\frac{\pi}{15}$ (b) 15π (c) 3π (d) $\frac{2\pi}{3}$

(6) Principal period of $f(x) = \sin(3 - 5x)$ is _____
 $f(x) = \sin(3 - 5x)$ નું મુખ્ય આવર્તમાન _____ છે.

(a) $\frac{5\pi}{2}$ (b) $\frac{2\pi}{5}$ (c) $\frac{-5\pi}{2}$ (d) $\frac{2\pi}{3}$

(7) $3\tan^{-1}(\sqrt{3}) = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) 120^0 (b) 60^0 (c) 180^0 (d) 30^0

(8) $(i + 2k) \cdot (3j + k) = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) 7 (b) 3 (c) 1 (d) 2

(9) $k \times i = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) j (b) -j (c) 1 (d) 0

(10) Slope of the straight line $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ is $\underline{\hspace{2cm}}$

ସ୍ତରેખ $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ ની ઢાલ $\underline{\hspace{2cm}}$ છે

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $-\frac{2}{3}$ (d) $-\frac{3}{2}$

(11) Radius of the circle $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ is $\underline{\hspace{2cm}}$

વર્તુળ $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ ની ત્રિજ્યા $\underline{\hspace{2cm}}$ છે.

(a) 2 (b) $\sqrt{2}$ (c) 6 (d) $\sqrt{6}$

(12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) $\frac{\pi}{180}$ (b) $\frac{180}{\pi}$ (c) 1 (d) 0

(13) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x - a} = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) 2 (b) 0 (c) $2a^2$ (d) 2a

(14) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x^3 - 4} = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) 2 (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{-1}{2}$ (d) -2

Q.2 (A) Attempt any two:

ગમે તે બે ગણો:

(1) Solve: $\begin{vmatrix} x-2 & 2 & 2 \\ -1 & x & -2 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 0$

ઉકેલ શોધો: $\begin{vmatrix} x-2 & 2 & 2 \\ -1 & x & -2 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 0$

(2) If $f(x) = \frac{\sqrt{9-x}}{\sqrt{9-x}+\sqrt{x}}$ then Prove that $f(x) + f(9-x) = 1$

જો $f(x) = \frac{\sqrt{9-x}}{\sqrt{9-x}+\sqrt{x}}$ હોય તો, સાબિત કરો કે $f(x) + f(9-x) = 1$

(3) Evaluate: $3\sin^2 \frac{\pi}{3} - \frac{3}{4} \tan^2 \frac{\pi}{6} + \frac{4}{3} \cot^2 \frac{\pi}{6} - 2\operatorname{cosec}^2 \frac{\pi}{3}$:

કિંમત શોધો : $3\sin^2 \frac{\pi}{3} - \frac{3}{4} \tan^2 \frac{\pi}{6} + \frac{4}{3} \cot^2 \frac{\pi}{6} - 2\operatorname{cosec}^2 \frac{\pi}{3}$

(B) Attempt any two:

08

ગમે તે બે ગણો:

(1) If $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ then Prove that

જો $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ હોય તો, સાબિત કરો કે

(i) $f(x) \cdot f(-x) = 1$ and (ii) $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

(2) If $\log\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{1}{2}\log a + \frac{1}{2}\log b$ then Prove that $a = b$

જો $\log\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{1}{2}\log a + \frac{1}{2}\log b$ હોય તો, સાબિત કરો કે $a = b$

(3) Prove that: $\frac{1}{\log_{xy}(xyz)} + \frac{1}{\log_{yz}(xyz)} + \frac{1}{\log_{zx}(xyz)} = 2$

સાબિત કરો કે: $\frac{1}{\log_{xy}(xyz)} + \frac{1}{\log_{yz}(xyz)} + \frac{1}{\log_{zx}(xyz)} = 2$

Q.3 (A) Attempt any two:

06

ગમે તે બે ગણો:

(1) Prove that: $\sin 780^\circ \sin 480^\circ + \cos 120^\circ \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

સાબિત કરો કે: $\sin 780^\circ \sin 480^\circ + \cos 120^\circ \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

(2) Prove that: $\tan 55^\circ = \frac{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}$

સાબિત કરો કે: $\tan 55^\circ = \frac{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}$

(3) Find the equation of a circle with Centre $(-3, -2)$ and area 9π sq. unit.

વર્તુળનું સમીકરણ શોધો કે, જેનું કેન્દ્ર $(-3, -2)$ અને ક્ષેત્રફળ 9π ચો.એકમ છે.

(B) Attempt any two:

08

ગમે તે બે ગણો:

(1) Prove that: $\frac{1+\sin\theta+\cos\theta}{1+\sin\theta-\cos\theta} = \cot\frac{\theta}{2}$

સાબિત કરો કે: $\frac{1+\sin\theta+\cos\theta}{1+\sin\theta-\cos\theta} = \cot\frac{\theta}{2}$

(2) Draw the graph of $y = \cos x$, $0 \leq x \leq \pi$

આલેખ દોરો : $y = \cos x$, $0 \leq x \leq \pi$

(3) If $\vec{a} = (3, -1, -4)$, $\vec{b} = (-2, 4, -3)$ and $\vec{c} = (-1, 2, -1)$ then Find the direction cosines of $3\vec{a}-2\vec{b}+4\vec{c}$.

જો $\vec{a} = (3, -1, -4)$, $\vec{b} = (-2, 4, -3)$ અને $\vec{c} = (-1, 2, -1)$ હોય તો, સદિશ $3\vec{a}-2\vec{b}+4\vec{c}$ ના દિગ્કોસાઈન શોધો.

Q.4 (A) Attempt any two:

06

ગમે તે બે ગણો:

(1) If the two vectors $m\vec{i}+2m\vec{j}+4\vec{k}$ and $m\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k}$ are perpendicular to each other then find m.

જો બે સદિશો $m\vec{i}+2m\vec{j}+4\vec{k}$ અને $m\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k}$ એકબીજાને લંબ હોય તો, m ની કિંમત શોધો.

(2) Find angle between the two vectors $\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$ and $-2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}$

બે સદિશો $\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$ અને $-2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}$ વચ્ચેનો ખૂણો શોધો.

(3) Find the equation of line passing through the point (4,3) and perpendicular to the line $4y - 3x + 7 = 0$.

બિંદુ (4,3)માંથી પસાર થતી અને રેખા $4y - 3x + 7 = 0$ ને લંબ હોય તેવી સુરેખાનું સમીકરણ શોધો.

(B) Attempt any two:

08

ગમે તે બે ગણો:

(1) Find unit vector perpendicular to both vectors $\vec{a} = (3, 1, 2)$ and $\vec{b} = (2, -2, 4)$

સદિશો $\vec{a} = (3, 1, 2)$ અને $\vec{b} = (2, -2, 4)$ બંને ને લંબ હોય તેવા સદિશનો એકમ સદિશ શોધો.

(2) Under the effect of forces $\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ and $2\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$, an Object is displaced from $\vec{i} - \vec{j}$ to $3\vec{i} + \vec{k}$. Find the work done.

બળો $\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ અને $2\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$ ની અસર હેઠળ એક પદાર્થનું $\vec{i} - \vec{j}$ થી $3\vec{i} + \vec{k}$ સુધી સ્થાનાંતર થાય છે, તો થયેલ કાર્ય શોધો.

(3) Find: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 6}$

શોધો: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 6}$

Q.5 (A) Attempt any two:

06

ગમે તે બે ગણો:

(1) Find: $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{2}{x^2-2x} \right)$
 શોધો: $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{2}{x^2-2x} \right)$

(2) Find: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x} \right)^{\frac{2x}{3}}$
 શોધો: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x} \right)^{\frac{2x}{3}}$

(3) Find: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{x}$
 શોધો: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{x}$

(B) Attempt any two:
 ગમે તે બે ગણો:

08

(1) If two lines $kx + (2-k)y + 3 = 0$ and $2x + (k+1)y - 5 = 0$ are parallel to each other then find the value of k .
 બે રેખાઓ $kx + (2-k)y + 3 = 0$ અને $2x + (k+1)y - 5 = 0$ એકબીજાને સમાંતર હોય તો k ની કિંમત શોધો.

(2) If the measure of the angle between two lines is $\frac{\pi}{4}$ and the slope of one of line is $\frac{3}{2}$ then, find the slope of the other line.
 જો બે રેખાઓ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ $\frac{\pi}{4}$ હોય તથા તેમાંની ની એક રેખાનો ઢાળ $\frac{3}{2}$ હોય તો બીજી રેખાનો ઢાળ શોધો.

(3) Find equation of tangent to the circle $2x^2 + 2y^2 + 3x - 4y + 1 = 0$ at the point $(-1, 2)$
 વર્તુળ $2x^2 + 2y^2 + 3x - 4y + 1 = 0$ પરના બિંદુ $(-1, 2)$ એ તેના સ્પર્શકનું સમીકરણ શોધો.

***** Best Wishes *****